

## Devoir Maison 1

Ce devoir maison est à rendre au premier cours de mathématiques. **Aucun retard ne sera accepté.** Il s'agit essentiellement de calculs. Si vous pouvez bien sûr vérifier les résultats avec votre calculatrice, vous devez les faire sans et la rédaction du calcul doit le montrer. Vous devez montrer les différentes étapes de votre calcul.

Les capacités calculatoires jouent un rôle important dans l'évaluation des concours et la calculatrice est interdite, il est donc essentiel de bien les maîtriser à l'entrée des classes préparatoires. Voici une liste (non exhaustive) des points à maîtriser.

- Calculs mettant en jeux des fractions (somme, multiplication, ...).
- Factorisation et développement. Bien reconnaître les identités remarquables.
- Trouver les racines (réelles ou complexes) d'un polynôme réel de degré 2.
- Manipulation des inéquations.
- Limites usuelles de fonctions (croissances comparées, ...).
- Dérivées des fonctions usuelles.
- Dérivées des fonctions du type  $e^u$ ,  $\sin u$ , ..., où  $u$  est une fonction dérivable.

Vous serez évalué sur ces points lors d'un **contrôle de 20 min pendant le premier cours.**

### Exercice 1.

1. Calculer le nombre  $A = \frac{\frac{5}{16} - \frac{7}{24}}{\frac{3}{8} + \frac{1}{12}}$ .
2. Simplifier l'expression :  $f(x) = \frac{2}{x^2 - 4x + 3} - \frac{1}{x^2 - 1} - \frac{1}{x^2 + x - 2}$ .
3. Calculer le nombre  $B = \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{2})^2}$ .
4. Calculer le nombre  $C = \left( \sqrt{7 - 2\sqrt{6}} + \sqrt{7 + 2\sqrt{6}} \right)^2$ .
5. Simplifier l'expression  $g(x) = \sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}}$  pour tout  $x \geq 1$ .

### Exercice 2.

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :
  - (a)  $\frac{6x - 1}{4x - 1} = \frac{3x + 1}{2x - 5}$ .
  - (b)  $|x - 4| = 2x + 1$ .
2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :
  - (a)  $\frac{x + 5}{x - 2} < \frac{x - 4}{x + 3}$ .
  - (b)  $\sqrt{7 - x} \leq x - 5$ .

### Exercice 3. Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{C}$ :

1.  $2x^2 - x - 4 = 0$ .
2.  $x^2 + 8x + 16 = 0$ .
3.  $x^2 - x + 1 = 0$ .

### Exercice 4. Soit $f$ la fonction définie par $f(x) = \frac{\ln(1-x)}{\ln x}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
2. Déterminer le signe de  $f$ .
3. Déterminer la limite de  $f$  à droite en 0 et à gauche en 1.
4. Calculer  $f'$ .
5. Dresser le tableau de variations complet de  $f$ , puis dessiner l'allure de la courbe.